



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

**Факультет «Автоматизация, мехатроника и управление»
Кафедра «Гидравлика, гидропневмоавтоматика и тепловые процессы»**

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

**Методические указания и исходные данные
к выполнению контрольной работы для студентов направления
27.03.05 Инноватика всех форм обучения**

**Ростов-на-Дону
2023**

Составители: доц. Полешкин М.С.
доц. Дымочкин Д.Д.

Методические указания по выполнению контрольной (расчетной) работы по дисциплине: «Планирование и организация эксперимента». ДГТУ, г. Ростов-на-Дону, 2023 г.

В методических указаниях кратко изложены содержание и порядок выполнения контрольной (расчетной) работы.

Предназначено для студентов всех форм обучения направления 27.03.05 Инноватика.

Ответственный за выпуск:

зав. кафедрой
«Гидравлика, гидропневмоавтоматика
и тепловые процессы»

Грищенко В.И.
Ф.И.О.

© Издательский центр ДГТУ, 2023г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Область применения	4
2	Общие положения	4
3	Правила оформления отчета	7
4	Задание на выполнение контрольной работы	9
5	Порядок выполнения контрольной работы	18
6	Пример расчета	21
7	Список использованных источников	29
	Приложения	30

1 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Настоящий документ содержит методические указания к контрольной работе по дисциплине «Планирование эксперимента» для обучающихся в Инженерном институте на кафедре управления качеством по направлению 27.03.02 Управление качеством.

2 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Важность эксперимента в современной науке и технике не вызывает сомнения. Цель научных исследований в области техники – выявить объективные закономерности, определяющие протекание рабочих процессов в машинах и аппаратах, изучить физические и физико-химические явления, из которых состоят эти процессы, эффективно использовать полученные научные результаты для создания разрабатываемой конструкции, оптимальной с точки зрения экономичности, металлоемкости, ресурса эксплуатации или какого-либо другого важного качества.

Чтобы представить себе масштабы повседневной экспериментальной работы, достаточно к натурным исследованиям, проводимым в области фундаментальных наук и при проектировании новой техники, добавить испытания образцов опытной и серийной продукции на тысячах заводов страны.

Технический прогресс приводит не только к увеличению сложности объектов испытаний – аппаратуры и оборудования, выпускаемых промышленностью; одновременно повышаются требования к глубине проникновения в сущность функционирования составных частей и взаимодействия между ними, а также к точности измерения регистрируемых величин. Это ставит перед теорией инженерного эксперимента новые проблемы.

Одна из них порождается тем, что характеристики объектов испытаний, которые требуется определить в результате эксперимента, все чаще оказываются недоступными непосредственному измерению. Другими словами, совокупность технико-экономических показателей, по которым производится оценка испытуемого объекта или принимаются важные организационные и конструктивные решения, не совпадает, как правило, с совокупностью параметров объекта, определяемых по результатам натурального эксперимента.

Другой проблемой является организация испытаний объектов, процессы функционирования в которых носят сложный динамический характер и подвержены существенным влияниям изменяющихся условий внешней среды. Наконец, при испытаниях сложных комплексов повышается значение учета тех влияний, которые оказывает испытательное, регистрирующее и управляющее оборудование на сам процесс функционирования испытуемого объекта. Поэтому важнейшим принципом организации сложных экспериментов в современных условиях является системный подход, предполагающий рассмотрение всех средств, участвующих в эксперименте, как единой системы, описываемой соответствующей математической моделью.

Математическая модель становится неотъемлемым элементом испытаний, без построения которой невозможно осуществить планирование эксперимента, его проведение и обработку результатов. В самом деле, только наличие соотношений, связывающих искомые технико-экономические характеристики испытуемого объекта с его параметрами, позволяет получить обоснованные суждения о перечне необходимых испытательных мероприятий и их рациональной последовательности, о совокупности регистрируемых величин, о требованиях к точности измерений и частоте регистрации и т. д. Эти же соотношения служат для определения оценок искомых характеристик, удовлетворяющих соответствующим статистическим требованиям (несмещенность, минимум дисперсии и др.). Для построения математической модели испытательного процесса необходимо иметь весьма четкое представление о его структуре, поведении отдельных элементов, взаимодействии между ними, влиянии различных факторов, а также о реакции на изменения условий испытаний.

Таким образом, любое усовершенствование процессов, приборов или других изделий, а также анализ деятельности какого-либо предприятия связан с проведением экспериментов и обработкой полученных результатов. Это утверждение не вызывает сомнений, так как все процессы, протекающие в природе, являются взаимодействием многих факторов. Для того, чтобы изучить эти процессы и в дальнейшем управлять ими, необходимо выяснить какую роль в

рассматриваемом процессе играет каждый фактор в отдельности. Для этого необходимо провести серию исследований или наблюдений. Однако лишь для некоторых экспериментов удастся правильно оценить точный объем экспериментальной работы. При слишком малом числе опытных данных может оказаться невозможным найти закон или функцию, исследователь может получить низкую точность постоянных величин или не заметить какой либо слабый эффект, имеющий большое теоретическое значение. С другой стороны, при слишком большом объеме полученных данных эксперимент длится очень долго, обработка данных затягивается до бесконечности и обходится очень дорого и даже затрудняется представление материала. В некоторых случаях чрезмерное количество данных по существу препятствует обнаружению важных эффектов. Поэтому очень важно провести предварительный анализ предстоящей экспериментальной работы, определить область изменения независимых переменных и т.д., т.е. провести планирование эксперимента.

Любая исследовательская работа состоит из трех важнейших этапов: эксперимент, планирование и анализ.

Эксперимент. Эксперимент включает в себя постановку задачи, которая должна решаться. Аккуратная постановка задачи – большой шаг на пути к ее решению.

Необходимо также выбрать независимые переменные, влияние которых будет исследоваться. Можно ли измерить имеющимися приборами и с какой точностью. Если они неизмеримы, какого рода эффекта можно ожидать?

Нужно также установить, какие независимые переменные, или факторы, могут влиять на зависимую переменную или отклик. Должны ли эти факторы поддерживаться постоянными и возможно ли существование некоторых определенных уровней или же эти величины нужно усреднять в процессе рандомизации? Должны ли уровни факторов устанавливаться на определенных фиксированных значениях, таких, например, как температура 30, 50 и 70 °C, либо их значения могут выбираться случайным образом среди всех возможных значений? Как изменяются эти факторы – количественно (например, температура) или качественно (операторы)? Все изложенные здесь аспекты

входят в понятие эксперимента.

Планирование. Наиболее важная фаза работы – планирование. Оно включает в себя определение необходимого числа наблюдений. Выбирается порядок проведения экспериментов – классический или рандомизированный (случайный). Составляется математическая модель для обработки экспериментальных данных, т.е. для описания эксперимента. Определяются интервалы изменения независимых переменных и даются указания о проведении повторных экспериментов.

Анализ. Окончательный этап исследования – это анализ. Он включает в себя процесс сбора данных, упорядочения их. Проводится обработка экспериментальных данных и их обобщение. Обобщение полученных данных можно провести графически, т.е. представить в виде кривой зависимости между переменными. Оно может быть также представлено в виде функционального соотношения между зависимыми и независимыми переменными, которые обычно записываются в виде формулы, даются в виде номограмм или таблиц. И, наконец, результаты экспериментов могут быть представлены в словесной форме. Это самый неэффективный способ представления результатов, однако, его нельзя игнорировать полностью. Безусловно, результаты современных исследований в технике просто невозможно представить в словесной форме. Такие эксперименты встречаются сравнительно редко, однако, значительная часть научно-технического отчета обычно занимают словесные описания и объяснения.

Данное учебное пособие предназначено для оказания помощи студентам при изучении современных методов экспериментальных исследований и приобретении навыков исследовательской работы.

3 ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

При выполнении контрольной работы составляется расчетно-пояснительная записка объемом 15 – 20 страниц. Ее оформление должно соответствовать требованиям ГОСТ 2.105-79.

Контрольная работа составляется в следующей последовательности:

- титульный лист (Приложение 1);
- задание на выполнение контрольной работы (Приложение 2);

- содержание;
- введение;
- разработка статистической модели;
- проверка значимости коэффициентов регрессии;
- проверка адекватности статистической модели;
- заключение;
- список использованной литературы.

В задании указываются значения и интервалы изменения факторов, влияние которых исследуется; значения выходной функции, в том числе и полученные при повторных испытаниях; рекомендуемая литература.

После изучения литературы студент приступает к самостоятельной работе по выполнению расчета в следующей последовательности.

1. Определяются верхнее и нижнее (максимальное и минимальное) значение исследуемых факторов.
2. Составляется матрица планирования полного факторного эксперимента в виде таблицы.
3. Проводится проверка воспроизводимости результатов исследования.
4. Составляется математическая модель в виде уравнения регрессии с учетом межфакторных взаимодействий.
5. Определяются значения коэффициентов регрессии.
6. Проверяется значимость коэффициентов регрессии.
7. Проводится проверка адекватности полученной математической модели.
8. Составляется расчетная зависимость с использованием истинных физических величин.
9. Составляется заключение по результатам проведенной работы.
10. Указывается список использованной литературы, в которой включаются лишь те источники, на которые есть ссылка в записке.

Для контрольной работы составляется содержание, в котором указываются все разделы с указанием нумерации заголовков и соответствующих страниц.

4 ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Получить статистическую математическую модель исследуемого технологического процесса в виде линейного уравнения регрессии с учетом межфакторных взаимодействий.

Объем исследования – технологический аппарат. Выходная функция (переменная состояния) Y – время проведения процесса до получения требуемого качества продукта.

Переменные (факторы), влияющие на выходную функцию:

x_1 – температура процесса, °C;

x_2 – высота слоя жидкости в аппарате, м;

x_3 – скорость вращения мешалки, 1/с;

x_4 – диаметр мешалки, м.

Характеристики факторов и номера заданий представлены в таблице 1 (x_{i0} – нулевой уровень; Δx_{i0} – интервал изменения факторов).

Значения выходной функции и варианты заданий представлены в таблице 2 – таблице 6.

Варианты задания №1 приведены в таблице 2; задания №2 – в таблице 3; задания №3 – в таблице 4; задания №4 – в таблице 5; задания №5 – в таблице 6.

Номер варианта для выполнения контрольной работы выбирается строго по нумерации журнала преподавателя.

Таблица 1. Основные характеристики факторов

Номер задания	$x_1, ^\circ\text{C}$		$x_2, \text{м}$		$x_3, 1/\text{с}$		$x_4, \text{м}$	
	x_{10}	Δx_1	x_{20}	Δx_2	x_{30}	Δx_3	x_{40}	Δx_4
1	60	10	2	0,3	0,5	0,1	1,0	0,4
2	70	10	1,5	0,25	1,0	0,25	1,2	1,4
3	90	20	1,0	0,10	1,5	0,4	0,8	0,3
4	80	15	1,2	0,15	0,4	0,1	0,5	0,2
5	75	12	1,75	0,25	1,2	0,3	1,25	0,5

Таблица 2. Исходные данные и варианты задания №1

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Y_{1,1}$	73	73	23	33	13	93	3,0	7,3	5,3	93	113	43
$Y_{1,2}$	69	49	26	36	15	95	3,6	6,9	4,9	89	119	39
$Y_{1,3}$	68	48	24	34	14	98	3,4	6,8	4,8	88	121	38
$Y_{2,1}$	58	38	18	28	18	78	1,8	5,8	3,8	3,7	78	98
$Y_{2,2}$	58,5	38	18	28	18	78	1,8	5,8	3,8	77	90	26
$Y_{2,3}$	64	44	22	32	14	84	2,2	6,4	4,4	89	104	24
$Y_{3,1}$	54	34	14	24	14	74	1,4	5,4	3,4	74	94	24
$Y_{3,2}$	59	39	16	26	16	79	1,6	5,9	3,9	79	99	28
$Y_{3,3}$	52	32	12	22	12	72	1,2	5,2	3,2	72	92	22
$Y_{4,1}$	84	64	24	34	34	104	2,4	8,4	6,4	104	124	54
$Y_{4,2}$	94	74	28	38	38	114	2,8	9,4	7,4	114	134	64
$Y_{4,3}$	92	72	26	36	36	112	2,6	9,2	7,2	112	132	62
$Y_{5,1}$	100	80	50	60	40	120	5,0	10,0	8,0	120	40	70
$Y_{5,2}$	106	86	56	66	46	126	5,6	10,6	8,6	126	146	76
$Y_{5,3}$	109	89	58	68	48	131	5,8	10,9	8,9	129	149	79
$Y_{6,1}$	98	78	48	58	38	118	4,8	9,8	7,8	118	138	68
$Y_{6,2}$	90	70	40	50	36	110	4,0	9,0	7,0	110	130	60
$Y_{6,3}$	97	77	47	57	37	126	4,7	9,7	7,7	117	137	67
$Y_{7,1}$	77	57	27	37	27	97	2,7	7,7	5,7	97	117	47
$Y_{7,2}$	85	65	35	45	35	105	3,5	8,5	6,5	105	125	55
$Y_{7,3}$	78	58	38	48	28	110	3,8	7,8	5,8	98	118	48
$Y_{8,1}$	105	85	55	65	45	125	5,5	10,5	8,5	125	145	75
$Y_{8,2}$	95	75	48	59	49	115	4,8	9,5	7,5	115	135	65
$Y_{8,3}$	100	80	50	60	44	120	5,0	10,0	8,0	120	140	60
$Y_{9,1}$	75	55	25	35	25	95	2,5	7,5	5,5	95	115	45
$Y_{9,2}$	78	58	28	38	28	98	2,8	7,8	5,8	98	118	48
$Y_{9,3}$	72	52	22	32	22	90	2,2	7,2	5,2	92	112	42
$Y_{10,1}$	96	76	46	56	36	116	4,6	9,6	7,6	116	136	66
$Y_{10,2}$	92	72	42	52	42	112	4,2	9,2	7,2	112	132	62
$Y_{10,3}$	94	74	44	54	38	104	4,4	9,4	7,4	114	134	64
$Y_{11,1}$	88	68	38	48	48	108	3,8	8,8	6,8	108	128	58
$Y_{11,2}$	85	65	35	45	45	105	3,5	8,5	6,5	105	125	55
$Y_{11,3}$	88	68	38	48	48	115	3,8	8,8	6,8	108	130	58
$Y_{12,1}$	63	43	13	23	33	83	1,3	6,3	4,3	83	103	33

Продолжение таблицы 2

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Y_{12,2}$	65	45	15	26	36	85	1,5	6,5	4,5	85	105	35
$Y_{12,3}$	67	47	17	27	37	88	1,7	6,7	4,7	87	107	37
$Y_{13,1}$	48	28	18	28	38	68	1,8	4,8	2,8	68	88	18
$Y_{13,2}$	45	25	15	25	35	65	1,5	4,5	2,5	65	85	15
$Y_{13,3}$	47	27	17	27	37	67	1,7	4,7	2,7	67	87	17
$Y_{14,1}$	51	31	11	21	31	71	1,1	5,1	3,1	71	91	21
$Y_{14,2}$	54	33	13	23	33	77	1,3	5,3	3,3	73	93	23
$Y_{14,3}$	54	34	14	24	34	75	1,4	5,4	3,4	74	96	20
$Y_{15,1}$	120	100	70	80	60	140	7,0	12	10	140	160	90
$Y_{15,2}$	218	98	78	88	68	138	7,8	11,8	9,8	138	158	88
$Y_{15,3}$	117	99	69	79	67	143	6,9	11,9	9,9	139	163	87
$Y_{16,1}$	121	101	71	81	71	141	7,1	12,1	10,1	141	161	91
$Y_{16,2}$	118	97	67	77	67	137	6,7	11,7	9,7	137	157	87
$Y_{16,3}$	115	95	65	75	65	146	6,5	11,5	9,5	135	150	85

Таблица 3. Исходные данные и варианты задания №2

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$Y_{1,1}$	83	103	10,3	123	12,3	121	71	101	71	146	14,6	7,1
$Y_{1,2}$	89	109	10,9	119	11,9	117	67	97	67	141	14,1	6,7
$Y_{1,3}$	88	111	11,1	110	11	115	65	95	65	137	13,7	6,5
$Y_{2,1}$	68	88	8,8	108	10,8	120	70	100	60	140	14	6,0
$Y_{2,2}$	67	80	8,0	108	10,5	118	78	98	68	138	13,8	6,8
$Y_{2,3}$	74	94	9,4	116	11,6	119	69	99	65	143	14,2	6,5
$Y_{3,1}$	64	84	8,4	104	10,4	51	11	31	31	71	7,1	3,1
$Y_{3,2}$	69	89	8,9	109	10,9	53	13	33	33	77	7,7	3,3
$Y_{3,3}$	62	92	8,2	112	11,3	54	14	34	34	75	7,5	3,4
$Y_{4,1}$	94	114	11,4	134	13,4	48	18	38	38	6,8	6,8	3,8
$Y_{4,2}$	104	124	12,4	144	14,4	45	15	35	35	6,5	6,5	3,5
$Y_{4,3}$	102	122	12,2	151	15,1	47	17	37	37	6,7	6,7	3,7
$Y_{5,1}$	110	130	10	160	10	60	13	33	33	83	8,3	3,3

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$Y_{5,2}$	116	136	16	166	16	66	16	45,6	36	85	8,6	3,6
$Y_{5,3}$	119	139	18	168	18	64	18	40,9	37	88	8,9	3,7
$Y_{6,1}$	108	127	17	158	18	88	38	68	48	108	10,8	4,8
$Y_{6,2}$	100	118	15	150	16	80	40	69	45	105	10,5	4,5
$Y_{6,3}$	107	150	18	157	17	86	68	65	47	115	11,5	4,7
$Y_{7,1}$	77	107	13	137	17	97	47	7,7	36	116	11,6	3,6
$Y_{7,2}$	95	115	11,6	145	15	95	45	7,5	42	118	11,8	4,2
$Y_{7,3}$	78	108	10,8	148	18	110	48	7,8	38	104	10,2	3,8
$Y_{8,1}$	105	135	17	165	15	75	25	55	25	95	9,8	2,5
$Y_{8,2}$	115	125	12	159	19	78	28	55	28	98	9,3	2,8
$Y_{8,3}$	110	120	12,7	160	14	70	22	50	22	90	9,0	2,2
$Y_{9,1}$	85	105	10,1	125	12,8	105	55	85	45	125	12,1	4,5
$Y_{9,2}$	88	108	10,9	128	12,0	95	48	75	49	115	11,5	4,9
$Y_{9,3}$	82	102	11	122	12,3	100	50	80	44	120	12	4,4
$Y_{10,1}$	106	126	12,6	146	148	77	17	57	27	98	9,7	2,7
$Y_{10,2}$	102	122	12,0	142	151	85	35	65	25	106	10,5	2,5
$Y_{10,3}$	104	124	12,3	140	145	78	38	58	28	112	11	2,8
$Y_{11,1}$	108	112	10,9	138	13,8	98	48	78	38	118	11,8	4,8
$Y_{11,2}$	112	105	10,3	135	13,5	90	40	70	36	121	11	4,0
$Y_{11,3}$	105	110	11	140	14	97	47	77	37	126	12,6	4,7
$Y_{12,1}$	73	90	9,3	113	11,8	100	50	80	40	120	12,8	5,0
$Y_{12,2}$	75	95	9,8	115	11,5	106	56	86	46	126	13,5	5,6
$Y_{12,3}$	77	97	9,0	117	12,8	109	58	89	48	131	13,1	5,8
$Y_{13,1}$	58	78	7,3	98	100	84	24	64	34	104	10,4	2,4
$Y_{13,2}$	55	75	7,0	95	9,5	94	28	74	38	110	11,1	2,8
$Y_{13,3}$	57	77	7,7	92	9,0	92	26	72	36	108	11,2	2,6
$Y_{14,1}$	61	81	8,0	101	10	54	15	34	14	74	8,3	1,4
$Y_{14,2}$	65	83	8,3	106	10,8	59	16	39	16	79	7,9	1,6
$Y_{14,3}$	63	86	8,7	104	10,2	52	12	32	12	72	7,5	1,2
$Y_{15,1}$	130	150	15	170	17,3	58	19	38	19	78	8,3	1,8
$Y_{15,2}$	128	148	14,9	168	16,9	58	18	37	18	73	8,0	1,9
$Y_{15,3}$	121	143	14,1	165	16,6	64	22	42	14	84	8,6	2,2

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$Y_{16,1}$	131	141	14	172	17,0	73	26	53	13	93	9,8	2,3
$Y_{16,2}$	127	147	14,3	165	16,5	69	23	49	15	95	9,4	2,6
$Y_{16,3}$	124	140	14,6	178	17,3	68	24	51	14	98	10	2,4

Таблица 4. Исходные данные и варианты задания №3

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
$Y_{1,1}$	10.1	141	182	250	26,0	235	22,8	150	67	125	110	85
$Y_{1,2}$	9,7	137	175	258	25,8	218	22,0	157	60	115	105	75
$Y_{1,3}$	9,5	135	178	264	26,5	210	21,0	161	68	120	97	10
$Y_{2,1}$	10,0	140	170	198	20,0	270	28,0	110	79	95	126	55
$Y_{2,2}$	9,8	138	168	208	21,0	268	27,1	119	76	98	105	58
$Y_{2,3}$	9,9	139	165	212	21,8	255	26,0	123	70	92	118	52
$Y_{3,1}$	3,1	71	101	177	18,0	167	16,8	114	62	116	131	76
$Y_{3,2}$	3,3	73	106	185	18,5	160	16,3	109	64	112	126	72
$Y_{3,3}$	3,4	74	109	180	19,0	158	15,8	108	54	114	120	74
$Y_{4,1}$	2,8	68	98	167	16,7	137	14,1	112	22	108	112	68
$Y_{4,2}$	2,5	65	95	169	17,0	130	13,2	109	29	105	114	65
$Y_{4,3}$	2,7	67	92	173	17,3	138	13,6	104	24	108	104	68
$Y_{5,1}$	4,3	83	113	154	15,5	199	20,0	151	24	83	72	43
$Y_{5,2}$	4,5	85	115	160	16,3	185	18,6	144	26	85	73	45
$Y_{5,3}$	4,7	87	117	158	15,8	190	19,0	134	28	87	74	47
$Y_{6,1}$	6,8	108	138	196	19,6	248	24,8	153	38	68	84	28
$Y_{6,2}$	6,7	105	135	200	21,0	250	25,0	140	39	65	78	25
$Y_{6,3}$	6,4	110	140	190	19,0	293	24,6	148	43	67	80	27
$Y_{7,1}$	7,6	114	146	183	18,6	135	13,0	140	85	71	98	31
$Y_{7,2}$	7,2	112	142	186	18,9	137	13,8	135	87	73	95	33
$Y_{7,3}$	7,4	116	140	190	19,3	141	14,6	127	91	74	73	36
$Y_{8,1}$	5,5	95	125	160	16,8	168	15,8	150	87	140	125	10
$Y_{8,2}$	5,8	98	128	158	15,8	156	15,0	145	88	138	115	98
$Y_{8,3}$	5,2	92	122	163	16,3	161	16,0	155	90	138	120	95

	Номер варианта											
$Y_{u,m}$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
$Y_{9,1}$	8,5	125	155	161	16,0	163	16,3	122	20	141	146	101
$Y_{9,2}$	7,5	115	145	156	15,0	158	15,8	128	23	137	137	97
$Y_{9,3}$	8,6	120	150	168	15,8	160	16,8	125	21	135	141	94
$Y_{10,1}$	5,7	97	121	141	14,6	190	19,3	140	17	98	143	58
$Y_{10,2}$	6,5	105	135	137	13,8	186	18,9	142	15	105	138	65
$Y_{10,3}$	5,8	98	140	135	13,0	173	18,6	146	18	97	140	57
$Y_{11,1}$	7,8	118	148	243	24,6	190	19,0	140	37	117	75	77
$Y_{11,2}$	7,0	110	140	250	25,0	200	21,0	135	35	110	77	70
$Y_{11,3}$	7,7	117	153	148	24,8	196	19,6	138	33	118	71	78
$Y_{12,1}$	8,0	120	134	190	19,0	158	15,8	117	58	129	67	89
$Y_{12,2}$	8,6	126	144	185	18,5	160	16,3	115	55	126	65	86
$Y_{12,3}$	8,9	129	151	199	20,0	154	15,5	113	58	120	68	80
$Y_{13,1}$	6,4	104	104	138	13,6	173	17,3	92	64	112	88	72
$Y_{13,2}$	6,8	114	109	170	13,0	169	17,0	95	62	114	85	74
$Y_{13,3}$	7,0	112	112	137	14,0	167	16,7	98	66	104	93	64
$Y_{14,1}$	3,4	74	108	158	15,8	180	19,0	104	42	72	115	32
$Y_{14,2}$	3,9	79	109	160	16,3	185	18,5	106	48	79	105	37
$Y_{14,3}$	3,2	72	114	167	16,8	177	18,0	101	45	74	108	34
$Y_{15,1}$	3,8	78	123	255	26,0	212	21,8	165	60	84	104	44
$Y_{15,2}$	3,7	76	119	268	27,1	208	21,0	168	65	78	112	38
$Y_{15,3}$	4,2	84	110	270	28,0	198	20,0	170	75	76	116	38
$Y_{16,1}$	5,3	93	161	210	21,0	264	26,5	178	48	88	90	48
$Y_{16,2}$	4,9	9	157	218	22,0	258	25,8	175	55	89	98	49
$Y_{16,3}$	5,1	90	150	225	22,8	250	26,0	182	47	93	95	53

Таблица 5. Исходные данные и варианты задания №4

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$Y_{1,1}$	110	11,0	55	22	66	132	264	26	52	104	208	146
$Y_{1,2}$	105	10,5	52	21	63	126	252	25	50	100	200	138
$Y_{1,3}$	100	10,0	50	20	60	120	240	24	48	96	192	136
$Y_{2,1}$	126	12,6	63	25	75	150	300	30	60	120	240	116
$Y_{2,2}$	110	11,0	55	22	66	132	264	26	52	114	228	118

$Y_{2,3}$	118	12,0	59	24	72	144	288	29	58	116	232	128
$Y_{3,1}$	131	13,0	65	23	84	168	336	34	68	136	272	108
$Y_{3,2}$	126	12,6	63	24	72	148	296	30	60	120	240	118
$Y_{3,3}$	120	12,0	60	25	75	150	300	31	62	124	248	114
$Y_{4,1}$	112	11,2	56	22	66	132	264	26	52	104	208	168
$Y_{4,2}$	114	11,4	57	23	68	136	272	27	54	108	216	188
$Y_{4,3}$	104	10,4	52	25	75	150	300	30	60	120	240	184
$Y_{5,1}$	72	7,2	36	15	45	90	180	18	36	72	144	200
$Y_{5,2}$	79	7,9	39	17	51	102	204	20	40	80	160	212
$Y_{5,3}$	74	7,4	37	18	54	108	216	23	46	92	186	218
$Y_{6,1}$	84	8,4	42	17	51	102	204	20	40	80	160	196
$Y_{6,2}$	78	7,8	39	16	48	96	192	19	38	76	152	180
$Y_{6,3}$	76	7,6	38	16	48	96	192	22	46	92	184	194
$Y_{7,1}$	93	9,3	46	18	54	108	216	22	44	88	176	154
$Y_{7,2}$	95	9,5	48	20	60	120	240	24	48	96	192	170
$Y_{7,3}$	98	9,8	50	21	63	126	252	25	50	100	200	156
$Y_{8,1}$	146	14,6	73	30	90	180	360	36	72	144	288	210
$Y_{8,2}$	137	13,7	77	32	96	192	384	39	78	156	312	190
$Y_{8,3}$	141	14,1	70	28	84	168	336	34	68	138	276	200
$Y_{9,1}$	140	14,0	70	28	84	168	336	33	66	132	264	150
$Y_{9,2}$	138	13,8	69	25	75	150	300	30	60	120	290	156
$Y_{9,3}$	145	14,5	72	29	87	174	348	35	70	140	280	144
$Y_{10,1}$	70	7,0	35	14	42	84	168	17	34	68	136	192
$Y_{10,2}$	77	7,7	38	15	45	90	180	18	36	72	144	184
$Y_{10,3}$	78	7,8	39	17	51	102	204	21	42	84	168	188
$Y_{11,1}$	68	6,8	34	14	42	84	168	17	34	68	132	176
$Y_{11,2}$	65	6,5	32	13	39	78	156	16	32	64	128	170
$Y_{11,3}$	62	6,2	31	12	36	72	144	14	28	56	122	176
$Y_{12,1}$	82	8,2	41	16	48	96	192	19	38	76	152	126
$Y_{12,2}$	86	8,6	43	18	54	108	216	22	44	88	176	130
$Y_{12,3}$	88	8,8	44	19	57	114	228	23	46	92	184	134
$Y_{13,1}$	108	10,8	54	21	63	126	252	25	50	100	200	96

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$Y_{13,2}$	105	10,5	53	22	66	132	264	26	52	104	208	90
$Y_{13,3}$	115	11,5	58	24	72	144	288	29	58	116	220	94
$Y_{14,1}$	116	11,6	58	23	69	138	276	28	56	112	224	102
$Y_{14,2}$	112	11,2	56	25	75	150	300	30	60	120	240	108
$Y_{14,3}$	104	10,4	52	27	58	192	244	24	48	96	200	108
$Y_{15,1}$	95	9,5	48	20	60	120	240	24	48	96	212	240
$Y_{15,2}$	90	9,0	45	18	58	108	216	22	44	88	176	236
$Y_{15,3}$	98	9,8	49	21	63	126	252	25	50	100	200	234
$Y_{16,1}$	125	12,5	62	25	75	150	300	30	60	120	240	242
$Y_{16,2}$	115	11,5	57	23	69	138	276	28	56	112	224	236
$Y_{16,3}$	120	12,0	60	24	72	144	288	29	58	116	232	230

Таблица 6. Исходные данные и варианты задания №5

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$Y_{1,1}$	106	210	141	27	54	138	96	170	28	216	96	9,0
$Y_{1,2}$	92	190	137	35	70	140	104	150	32	210	90	9,6
$Y_{1,3}$	96	200	146	38	76	152	92	160	30	220	88	8,8
$Y_{2,1}$	76	156	98	55	110	220	72	114	45	198	176	17,6
$Y_{2,2}$	76	170	95	48	96	192	72	130	48	194	168	16,8
$Y_{2,3}$	88	154	93	60	100	200	88	123	50	190	184	18,0
$Y_{3,1}$	68	194	76	47	94	188	48	154	63	104	56	5,6
$Y_{3,2}$	78	180	78	40	80	160	64	140	68	98	52	5,2
$Y_{3,3}$	64	196	84	48	96	192	56	156	70	96	48	5,0
$Y_{4,1}$	128	218	74	58	116	232	104	178	120	152	68	6,8
$Y_{4,2}$	148	212	79	56	112	224	112	172	125	140	60	6,0
$Y_{4,3}$	144	200	72	50	100	200	96	160	130	148	72	7,0
$Y_{5,1}$	160	184	104	26	52	104	232	128	148	130	68	6,8
$Y_{5,2}$	172	188	114	28	56	112	224	132	140	125	60	6,0
$Y_{5,3}$	178	168	112	24	48	96	200	140	152	120	52	5,2
$Y_{6,1}$	156	114	120	12	24	48	192	64	96	70	110	11,0
$Y_{6,2}$	140	118	126	16	32	64	160	78	98	68	106	10,6

$Y_{u,m}$	Номер варианта											
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$Y_{6,3}$	154	108	131	14	28	56	188	68	104	63	104	10,4
$Y_{7,1}$	114	128	118	22	44	88	200	88	190	50	136	13,6
$Y_{7,2}$	130	118	110	18	36	72	192	76	194	98	140	14,0
$Y_{7,3}$	116	116	126	18	36	72	220	78	198	45	138	13,8
$Y_{8,1}$	170	136	100	24	48	96	152	96	220	30	56	5,6
$Y_{8,2}$	150	138	105	26	52	104	140	98	210	32	50	5,0
$Y_{8,3}$	160	146	110	23	46	92	138	104	216	58	54	5,4
$Y_{9,1}$	110	150	125	65	130	260	112	190	54	96	216	21,6
$Y_{9,2}$	116	156	115	67	134	268	100	194	50	90	216	21,0
$Y_{9,3}$	104	144	125	71	142	284	98	202	56	88	220	22,0
$Y_{10,1}$	152	230	98	70	140	280	146	198	138	176	198	19,8
$Y_{10,2}$	144	236	90	78	156	312	168	196	140	168	194	19,4
$Y_{10,3}$	148	242	95	69	138	276	184	200	136	184	190	19,0
$Y_{11,1}$	136	240	104	11	12	44	156	68	104	56	104	10,4
$Y_{11,2}$	130	236	112	13	26	52	140	66	106	52	98	9,8
$Y_{11,3}$	131	234	116	14	28	56	144	62	110	44	96	9,6
$Y_{12,1}$	86	102	116	18	36	72	52	54	52	68	152	15,2
$Y_{12,2}$	90	108	105	15	30	60	60	50	60	60	140	14,0
$Y_{12,3}$	94	108	108	17	34	68	68	56	68	72	142	14,2
$Y_{13,1}$	56	96	88	13	26	52	72	94	72	68	130	13,0
$Y_{13,2}$	50	90	86	16	30	60	60	90	60	60	125	12,5
$Y_{13,3}$	54	94	82	17	34	68	68	86	68	52	120	12,0
$Y_{14,1}$	62	126	62	38	72	144	44	188	44	110	70	7,0
$Y_{14,2}$	66	130	65	35	70	140	52	142	52	106	68	6,8
$Y_{14,3}$	68	134	68	39	78	156	56	136	56	104	63	6,3
$Y_{15,1}$	200	176	78	46	92	184	280	148	184	136	50	5,0
$Y_{15,2}$	196	170	77	42	84	168	312	144	168	140	48	4,8
$Y_{15,3}$	198	176	70	44	88	176	276	152	176	138	45	4,5
$Y_{16,1}$	202	192	145	22	44	98	284	104	88	56	30	3,0
$Y_{16,2}$	194	184	138	25	50	100	268	106	90	50	32	3,2
$Y_{16,3}$	190	188	140	28	56	112	260	110	96	54	28	2,8

5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. В соответствии с заданием вначале определяется верхний и нижний уровни изменения факторов по уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} X_{imax} &= X_{i0} + \Delta X_i \\ X_{imin} &= X_{i0} - \Delta X_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При планировании используются кодированные переменные

$$\left. \begin{aligned} x_{imax} &= \frac{X_{max} - X_{i0}}{\Delta X_i} = +1 \\ x_{imin} &= \frac{X_{min} - X_{i0}}{\Delta X_i} = -1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2. Составляется план полного факторного эксперимента типа 2^4 (имеется 16 опытных точек) с учетом межфакторных взаимодействий [1,2]. В матрицу планирования эксперимента включаются параллельные объекты для каждой точки. Матрицы составляются в кодированных переменных [3].

3. Составляется математическая модель в виде уравнения регрессии с учетом межфакторных взаимодействий следующего вида:

$$\begin{aligned} y = & b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + \\ & + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + \\ & + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4, \end{aligned} \quad (3)$$

где b_i – коэффициенты регрессии.

4. Находятся значения коэффициентов уравнения регрессии по зависимости [2]:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u, \\ b_i &= \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{y}_u, \\ b_{ij} &= \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} \cdot \bar{y}_u. \end{aligned} \quad (4)$$

где u – номер опыта;

i – номер фактории;

j – номер фактора, отличный от i ;

\bar{y}_u – среднее значение выходной функции для каждого опыта:

$$\bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_{uk} \quad (5)$$

где m - число повторений в данной экспериментальной точке.

5. Находится дисперсия рассеивания значений выходной функции вокруг математического ожидания:

$$s^2(y_{uk}) = \frac{\sum_{k=1}^m (y_{uk} - \bar{y}_u)^2}{m - 1} \quad (6)$$

6. Определяется дисперсия воспроизводимости единичного результата по следующему уравнению[2]:

$$s^2(y_k) = \frac{1}{N(m - 1)} \sum_{u=1}^N \sum_{k=1}^m (y_{uk} - \bar{y}_u)^2 \quad (7)$$

Величина \bar{y}_u находится по m повторениям.

7. Находится среднеквадратичное отклонение выходной функции для всей совокупности результатов исследований

$$s^2(\bar{y}) = \frac{s^2(y_k)}{m} = \frac{1}{N(m - 1)m} \sum_{u=1}^N \sum_{k=1}^m (y_{uk} - \bar{y}_u)^2 \quad (8)$$

8. Определяется дисперсия коэффициентов уравнения регрессии[2]:

$$s^2(b_i) = \frac{1}{N} \cdot s^2(\bar{y}) \quad (9)$$

Находится среднеквадратичное отклонение для коэффициентов уравнения регрессии:

$$s(b_i) = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot s^2(\bar{y})} \quad (10)$$

9. Проводится проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии по следующей зависимости:

$$(b_i) \geq t \cdot s(b_i) \quad (11)$$

где t – значение статистического критерия Стьюдента.

Значение критерия Стьюдента протабулированы в зависимости от принятого уровня значимости q и числа степеней свободы f при определении средней дисперсии воспроизводимости единичного измерения:

$$f = (m - 1)N \quad (12)$$

Уровень значимости q можно принять следующий: $q = 0,05$ или $q = 0,01$.

Значение критерия Стьюдента приведена в приложении 3.

10. Составляется уравнение регрессии после исключения незначимых коэффициентов.

11. Проводится проверка адекватности уравнения регрессии

Рассчитываются значения выходной функции \bar{y} для каждого варианта опыта (от 1 до 16) по уравнению регрессии, из которого исключены члены.

Определяется разность $|\hat{y}_u - \bar{y}_u|$ и определяется дисперсия адекватности [2]:

$$S_{ад}^2 = \frac{1}{(N - N')} \sum_{u=1}^N |\hat{y}_u - \bar{y}_u|^2 \quad (13)$$

где N' - число значимых коэффициентов в уравнении регрессии.

Рассчитывается критерий Фишера по уравнению:

$$F = \frac{S_{ад}^2}{s^2(\bar{y})} \quad (14)$$

Проводится сравнение полученного значения критерия Фишера с его табличным значением F_T .

В таблицах критерий Фишера дан в зависимости от числа степеней свободы $f_1 = N - N'$ при определении адекватности и $f_2 = (m - 1)N$ при определении средней дисперсии воспроизводимости единичного измерения.

Критерий Фишера должна быть всегда больше 1.

Поэтому в уравнении (14) в числитель всегда ставится дисперсия.

Если выполняется условие:

$$F < F_T \quad (15)$$

то уравнение адекватно описывает исследуемый процесс.

12. В уравнении регрессии необходимо перейти от кодированных переменных к физическим [3]. Перевод осуществляется в соответствии с уравнением:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i} \quad (16)$$

В уравнении регрессии подставляются значения кодированных переменных, как функция от физической переменной.

13. Составляется заключение по выполненной работе.

6 ПРИМЕР РАСЧЕТА

Составить математическую модель в виде уравнения регрессии для технологического процесса.

Объект исследования – реактор.

Выходная функция – Y .

Факторы влияющие на значения выходной функции:

а) x_1 – число оборотов мешалки, об/мин. Нулевой уровень $x_1 = 1500$ об/мин. Интервал варьирования $\Delta x_1 = 1500$ об/мин;

б) x_2 – температура процесса $^{\circ}\text{C}$. Нулевой уровень $x_{20} = 100$ $^{\circ}\text{C}$. Интервал варьирования $\Delta x_2 = 30$ $^{\circ}\text{C}$;

в) x_3 – время пребывания технологической среды в реакторе, мин.

Нулевой уровень $x_{30} = 45$ мин. Интервал выравнивания $\Delta x_3 = 30$ мин.

В начале определяются верхний и нижний уровни изменения факторов по выражению (1):

$$X_{1\max} = 2500 + 1500 = 4000 \text{ об/мин};$$

$$X_{1\min} = 2500 - 1500 = 1000 \text{ об/мин};$$

$$X_{2\max} = 100 + 30 = 130 \text{ }^{\circ}\text{C};$$

$$X_{2\min} = 100 - 30 = 70 \text{ }^{\circ}\text{C};$$

$$X_{3\max} = 45 + 30 = 75 \text{ мин};$$

$$X_{3\min} = 45 - 30 = 15 \text{ мин}.$$

При трёх факторах необходимо восемь экспериментов ($2^n = 2^3 = 8$). Каждый вариант опыта поставлен три раза, т.е. число повторений $m = 3$. Значения выходной функции y_{uk} приведены в таблице 7 (k – номер повторений, u – номер варианта опыта). Факторный план составлен в координатных переменных (1 – опускается).

Таблица 7. Исходные данные и результаты расчета

u	Основные			Вспомогательные столбцы							
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ X ₂	X ₂ X ₃	X ₁ X ₃	X ₁ X ₂ X ₃	Выход процесса			
								y _{u1}	y _{u2}	y _{u3}	\bar{y}_u
1	-	-	-	+	+	+	-	73	69	68	70
2	-	+	-	-	-	+	+	58	58	64	60
3	+	-	-	-	+	-	+	54	59	52	55
4	+	+	-	+	-	-	-	84	94	92	90
5	-	-	+	+	-	-	+	100	106	109	105
6	-	+	+	-	+	-	-	98	90	97	95
7	+	-	+	-	-	+	-	77	85	78	80
8	+	+	+	+	+	+	+	105	95	100	100

В последнем столбце приведены среднеарифметические значения выходной функции для каждой опытной точки $\bar{y}_u = (y_{u1} + y_{u2} + y_{u3})/3$.

Составляется математическая модель в виде уравнения регрессии в кодированных переменных:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3$$

Далее определяются значения коэффициентов b_i приведенного уравнения. Среднее значение выходной функции \bar{y}_u , входящей в уравнение (4), определяются по выражению (5). Для первой точки ($u = 1$):

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{3}(y_{11} + y_{12} + y_{13}) = \frac{(73 + 68 + 69)}{3} = 70$$

Результаты расчёта для остальных точек приведены в таблице 7.

Расчет коэффициентов проводим по зависимостям (4):

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^N \bar{y}_u}{N} = \frac{70 + 60 + 55 + 90 + 105 + 95 + 80 + 100}{8} = \frac{655}{8} = 81,875$$

$$b_1 = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u1} \bar{y}_u}{N} = \frac{-70 - 60 + 55 + 90 - 105 - 95 + 80 + 100}{8} = \frac{325 - 330}{8} = -0,625$$

$$b_2 = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u2} \bar{y}_u}{N} = \frac{-70 + 60 - 55 + 90 - 105 + 95 - 80 + 100}{8} = \frac{345 - 310}{8} = 4,375$$

$$b_3 = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u3} \bar{y}_u}{N} = \frac{-70 - 60 - 55 - 90 + 105 + 95 + 80 + 100}{8} = \frac{380 - 275}{8} = 13,125$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u1} x_{u2} \bar{y}_u}{N} = \frac{70 - 60 - 55 + 90 + 105 - 95 - 80 + 100}{8} = \frac{365 - 290}{8} = 9,375$$

$$b_{23} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u2} x_{u3} \bar{y}_u}{N} = \frac{70 - 60 + 55 - 90 - 105 + 95 - 80 + 100}{8} = \frac{320 - 335}{8} = -1,875$$

$$b_{13} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u1} x_{u3} \bar{y}_u}{N} = \frac{70 + 60 - 55 - 90 - 105 - 95 + 80 + 100}{8} = \frac{310 - 345}{8} = -4,375$$

$$b_{123} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{u1} x_{u2} x_{u3} \bar{y}_u}{N} = \frac{-70 + 60 + 55 - 90 + 105 - 95 + 80 + 100}{8} = \frac{320 - 335}{8} = -1,875$$

Уравнение регрессии запишется в следующем виде:

$$y = 81,875 - 0,625x_1 + 4,375x_2 + 13,125x_3 + 9,375x_1x_2 - 1,875x_2x_3 - 4,75x_1x_3 - 1,875x_1x_2x_3.$$

Затем находится дисперсия рассеивания выходной функции вокруг математического ожидания по уравнению (6). Для первой точки отклонение от среднего \bar{y}_1 составит:

$$|y_{11} - \bar{y}_1| = |73 - 70| = 3,$$

$$|y_{12} - \bar{y}_1| = |69 - 70| = 1,$$

$$|y_{13} - \bar{y}_1| = |68 - 70| = 2.$$

Сумма квадратов отклонений будет равна:

$$\sum_{k=1}^m (y_{1k} - \bar{y}_1)^2 = 9 + 1 + 4 = 14,$$

а дисперсия в соответствии с уравнением (6):

$$S^2(y_{1k})^2 = \frac{1}{m-1} \sum (y_{1k} - \bar{y}_1)^2 = \frac{14}{3-1} = 7.$$

Аналогичные расчеты проводятся для остальных семи точек. Результаты расчета представлены в таблице 8.

Далее находится дисперсия воспроизводимости по уравнению (7):

$$S^2(y_k) = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S^2(y_{uk}) = \frac{144}{8} = 18.$$

Определяется среднеквадратичное отклонение выходной функции для всей совокупности результатов исследования по уравнению (8):

$$S^2(\bar{y}) = \frac{18}{3} = 6.$$

Затем находится среднеквадратичное отклонение для коэффициентов уравнения регрессии по зависимости (9):

$$s^2(b_i) = \frac{s^2(\bar{y})}{N} = \frac{6}{8} = 0,75,$$

или

$$s(b_i) = \sqrt{0,75} = 0,87.$$

Затем проводится проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии. Для этого определяется критическое значение критерия Стьюдента из приложения 3.

Уровень значимости принят $q = 0,05$. Число степеней свободы будет равно:

$$f = (m - 1)N = (3 - 1)8 = 16$$

Число Стьюдента равно $t = 2,12$.

Проверка значимости коэффициентов проводится по уравнению (11):

$$\varepsilon = ts(b_i) = 2,12 \cdot 0,87 = 1,84.$$

Если $b_i \geq \varepsilon$, то коэффициент значим. Сравнивая величину ε (доверительный интеграл) со значениями коэффициентов уравнения регрессии, находим, что из всех коэффициентов незначимым оказался $b_i = -0,625$.

Таблица 8. Результаты расчетов дисперсии рассеивания выходной функции

u	$ y_{u1} - \bar{y}_u $	$ y_{u2} - \bar{y}_u $	$ y_{u3} - \bar{y}_u $	$(y_{u1} - \bar{y}_u)^2$	$(y_{u2} - \bar{y}_u)^2$	$(y_{u3} - \bar{y}_u)^2$	$\sum (y_{uk} - \bar{y}_u)^2$	$* s^2(y_{uk})$
1	3	1	2	9	1	4	14	7
2	2	2	4	4	4	16	24	12
3	1	4	3	1	16	9	26	13
4	6	4	2	36	16	4	56	28
5	5	1	4	25	1	16	42	21
6	3	5	2	9	25	4	38	19
7	3	5	2	9	25	4	38	19
8	5	5	0	25	25	0	50	25

Уравнение регрессии после исключения незначимого коэффициента примет вид:

$$y = 81,875 + 4,375x_2 + 13,125x_3 + 9,375x_1x_2 - 1,875x_2x_3 - 4,375x_1x_3 - 1,875x_1x_2x_3.$$

Теперь проводится проверка адекватности полученного уравнения регрессии. Для этого проводится расчет значений выходной функции \hat{y} по уравнению регрессии для всех вариантов опыта, т.е для всех восьми точек.

Значения факторов подставляются в кодированных переменных. Для $u=1$:

$$\hat{y} = 81,875 - 4,375 - 13,125 + 9,375 - 1,875 - 4,375 + 1,875 = 69,5,$$

$$|\bar{y}_1 - \hat{y}_1| = 70 - 69,5 = 0,5$$

$$(\bar{y}_1 - \hat{y}_1)^2 = 0,25$$

Результаты расчетов для всех восьми точек приведены в таблице 9.

Таблица 9. Результаты расчета значений выходной функции

u	\bar{y}_u	\hat{y}_u	$ \hat{y}_u - \bar{y}_u $	$(\hat{y}_u - \bar{y}_u)^2$
1	70	69,5	0,5	0,25
2	60	59,5	0,5	0,25
3	55	55,7	0,7	0,49
4	90	90,9	0,9	0,81
5	105	104,5	0,5	0,25
6	95	94,5	0,5	0,25
7	80	80,7	0,7	0,49
8	100	100,7	0,7	0,49

$$\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2 = 3,28.$$

Дисперсия адекватности, рассчитанная по уравнению (13), будет равно:

$$S^2_{ad} = \frac{3,28}{8-7} = 3,28; \quad N = 8; \quad N' = 7.$$

Так как $S^2_{ад} < S^2(\bar{y})$, критерий Фишера F равен (14):

$$F = \frac{6,0}{3,28} = 1,83.$$

Критическое значение числа Фишера определяется согласно лекционному материалу.

$$f_1 = N - N' = 8 - 7 = 1;$$

$$f_2 = N(m-1) = 8 \cdot 2 = 16;$$

$$F_T = 8,53.$$

Уровень значимости принят 0,01. Сравнивая значения критерия Фишера, видим, что расчетное значение F значительно ниже F_T . Следовательно, полученное уравнение регрессии адекватно описывает технологический процесс. Однако, так как F значительно меньше F_T , можно несколько упростить уравнение регрессии. Вследствие того, что значения коэффициентов уравнения b_{23} и b_{123} близко к величине доверительного интервала ε , ими можно пренебречь.

Уравнение регрессии принимает вид:

$$y = 81,875 + 4,375x_2 + 13,125x_3 + 9,375x_1x_2 - 4,375x_1x_3. \quad (17)$$

Проведем проверку адекватности этого уравнения. Результаты расчета сведены в таблицу 10.

Таблица 10. Результаты расчетов проверки адекватности уравнения регрессии

u	\bar{y}_u	\hat{y}_u	$ \hat{y}_u - \bar{y}_u $	$(\hat{y}_u - \bar{y}_u)^2$
1	70	69,375	0,625	0,39
2	60	59,375	0,625	0,39
3	55	59,375	4,375	19,14
4	90	86,375	3,625	13,14
5	105	104,375	0,625	0,39
6	95	94,375	0,625	0,39
7	80	76,375	3,125	9,77
8	100	104,375	4,375	19,14

$$\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \tilde{y}_u) = 62,75.$$

$$N' = 5.$$

$$S_{ag}^2 = \frac{62,75}{8-5} = 20,92.$$

$$F = \frac{20,92}{6} = 3,49.$$

При $f_1 = 8 - 5 = 3$ табличное значение $F_T = 5,29$.

Таким образом, $F < F_T$, следовательно, уравнение регрессии (17) адекватно описывает технологический процесс и может быть использовано в расчетной практике.

Для удобства проведения расчетов проводится переход от использования в уравнении регрессии кодированных переменных к физическим. В соответствии с уравнением (16):

$$x_1 = \frac{x_1 - 2500}{1500} = 6,67 \cdot 10^{-4} x_1 - 1,67.$$

$$x_2 = \frac{x_2 - 100}{30} = 0,33x_2 - 3,33.$$

$$x_3 = \frac{x_3 - 45}{30} = 0,33x_3 - 1,5.$$

Подставляя значения x_1, x_2, x_3 в уравнение регрессии (17), окончательно получим расчетное уравнение вида:

$$y = 88,8 - 0,017x_1 - 3,72x_2 + 6,74x_3 + 0,0021x_1x_2 - 0,001x_1x_3.$$

Выводы: проведенный статистический анализ результатов исследований показал, что полученное регрессионное уравнение адекватно описывает изучаемый технологический процесс в заданных интервалах изменения факторов. Расчетное значение критерия Фишера $F = 3,49$. Табличное значение критерия Фишера $F_T = 5,29$ при уровне значимости 0,01. Три коэффициента уравнения регрессии b_1, b_{23} и b_{123} оказались незначимыми.

7 СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гортышов Ю.А Теория и техника теплофизического эксперимента / Ю.А. Гортышов, Ф.Н. Дресвянников, Н.С. Идиятуллин и др. - М.: Энергоатомиздат, 1993.
2. Рузинов Л.П. Статистические методы оптимизации химических процессов / Л.П. Рузинов. - М.: Химия, 1972.
3. Конахин А.М. Основы теории инженерного эксперимента / А.М. Конахин. - Казань.: Казан. гос. энерг. ун-т, 2003.

ЗАДАНИЕ
на выполнение контрольной работы
по курсу
«Планирование эксперимент»
Задание № ____; вариант № ____.

Получить статистическую математическую модель исследования технологического процесса в виде линейного уравнения регрессии с учетом межфакторных взаимодействий.

Объект исследования – технологический аппарат.

Выходная функция Y – время проведения процесса до получения требуемого качества продукта.

Температура процесса	$X_1 =$	$^{\circ}\text{C};$
Высота слоя жидкости в аппарате	$X_2 =$	$\text{м};$
Скорость вращения мешалки	$X_3 =$	$1/\text{с};$
Диаметр мешалки	$X_4 =$	$\text{м}.$

Интервалы изменения факторов:	$\Delta X_1 =$	$^{\circ}\text{C};$
	$\Delta X_2 =$	$\text{м};$
	$\Delta X_3 =$	$1/\text{с};$
	$\Delta X_4 =$	$\text{м}.$

Исходные данные (значения выходной функции Y):

$Y_{1.1} =$;	$Y_{2.1} =$;	$Y_{3.1} =$;	$Y_{4.1} =$;
$Y_{1.2} =$;	$Y_{2.2} =$;	$Y_{3.2} =$;	$Y_{4.2} =$;
$Y_{1.3} =$;	$Y_{2.3} =$;	$Y_{3.3} =$;	$Y_{4.3} =$;
$Y_{5.1} =$;	$Y_{6.1} =$;	$Y_{7.1} =$;	$Y_{8.1} =$;
$Y_{5.2} =$;	$Y_{6.2} =$;	$Y_{7.2} =$;	$Y_{8.2} =$;
$Y_{5.3} =$;	$Y_{6.3} =$;	$Y_{7.3} =$;	$Y_{8.3} =$;
$Y_{9.1} =$;	$Y_{10.1} =$;	$Y_{11.1} =$;	$Y_{12.1} =$;
$Y_{9.2} =$;	$Y_{10.2} =$;	$Y_{11.2} =$;	$Y_{12.2} =$;
$Y_{9.3} =$;	$Y_{10.3} =$;	$Y_{11.3} =$;	$Y_{12.3} =$;
$Y_{13.1} =$;	$Y_{14.1} =$;	$Y_{15.1} =$;	$Y_{16.1} =$;
$Y_{13.2} =$;	$Y_{14.2} =$;	$Y_{15.2} =$;	$Y_{16.2} =$;
$Y_{13.3} =$;	$Y_{14.3} =$;	$Y_{15.3} =$;	$Y_{16.3} =$;

Приложение 3

Критические значения критерия Стьюдента

Уровень значимости α									
f	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744	3,022	3,375	3,633
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738	3,015	3,365	3,622
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733	3,008	3,356	3,611
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728	3,002	3,348	3,601
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	2,996	3,340	3,591
36	0,681	1,306	1,688	2,028	2,434	2,719	2,990	3,333	3,582
37	0,681	1,305	1,687	2,026	2,431	2,715	2,985	3,326	3,574
38	0,681	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712	2,980	3,319	3,566
39	0,681	1,304	1,685	2,023	2,426	2,708	2,976	3,313	3,558
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551

Приложение 4

Критические значения F для $q=0,05$ (обычный шрифт) и $q=0,01$ (жирный шрифт)

f MCR																								
f _{ин}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6082	6106	6142	6169	6208	6234	6261	6286	6302	6323	6334	6352	6361	6366
2	18.5	19.0	19.1	19.2	19.3	19.3	19.3	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5
	98.4	99.0	99.1	99.2	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76	8.74	8.71	8.69	8.66	8.64	8.62	8.60	8.58	8.57	8.56	8.54	8.54	8.53
	34.1	30.8	29.4	28.7	28.2	27.9	27.6	27.4	27.3	27.2	27.1	27.0	26.9	26.8	26.8	26.6	26.5	26.4	26.3	26.3	26.2	26.1	26.1	26.1
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	5.91	5.87	5.84	5.80	5.77	5.74	5.71	5.70	5.68	5.66	5.65	5.64	5.63
	21.2	18.0	16.6	15.9	15.5	15.2	14.9	14.8	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.4	13.4
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70	4.68	4.64	4.60	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.42	4.40	4.38	4.37	4.36
	16.2	13.2	12.0	11.3	10.9	10.6	10.4	10.2	10.1	10.0	9.96	9.89	9.77	9.68	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.17	9.13	9.07	9.04	9.02
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.96	3.92	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.72	3.71	3.69	3.68	3.67
	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.60	7.52	7.39	7.31	7.23	7.14	7.09	7.02	6.99	6.94	6.90	6.88
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60	3.57	3.52	3.49	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.29	3.28	3.25	3.24	3.23
	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54	6.47	6.35	6.27	6.15	6.07	5.98	5.90	5.85	5.78	5.75	5.70	5.67	5.65
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31	3.28	3.23	3.20	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.98	2.96	2.94	2.93
	11.2	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74	5.67	5.56	5.48	5.36	5.28	5.20	5.11	5.06	5.00	4.96	4.91	4.88	4.86
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10	3.07	3.02	2.98	2.93	2.90	2.86	2.82	2.80	2.77	2.76	2.73	2.72	2.71
	10.5	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.00	4.92	4.80	4.73	4.64	4.56	4.51	4.45	4.41	4.36	4.33	4.31
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94	2.91	2.86	2.82	2.77	2.74	2.70	2.67	2.64	2.61	2.59	2.56	2.55	2.54
	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78	4.71	4.60	4.52	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.05	4.01	3.96	3.93	3.91
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82	2.79	2.74	2.70	2.65	2.61	2.57	2.53	2.50	2.47	2.45	2.42	2.41	2.40
	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.29	4.21	4.10	4.02	3.94	3.86	3.80	3.74	3.70	3.66	3.62	3.60
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69	2.64	2.60	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.36	2.35	2.32	2.31	2.30
	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.05	3.98	3.86	3.78	3.70	3.61	3.56	3.49	3.46	3.41	3.38	3.36
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63	2.60	2.55	2.51	2.46	2.42	2.38	2.34	2.32	2.28	2.26	2.24	2.22	2.21
	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.85	3.78	3.67	3.59	3.51	3.42	3.37	3.30	3.27	3.21	3.18	3.16
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53	2.48	2.44	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.21	2.19	2.16	2.14	2.13
	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.70	3.62	3.51	3.43	3.34	3.26	3.21	3.14	3.11	3.06	3.02	3.00

$f_{\text{мн}}$		$f_{\text{числ}}$																						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42	2.37	2.33	2.28	2.24	2.20	2.16	2.13	2.09	2.07	2.04	2.02	2.01
	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61	3.55	3.45	3.37	3.25	3.18	3.10	3.01	2.96	2.98	2.86	2.80	2.77	2.75
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41	2.38	2.33	2.29	2.23	2.19	2.15	2.11	2.08	2.04	2.02	1.99	1.97	1.96
	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.45	3.35	3.27	3.16	3.08	3.00	2.92	2.86	2.79	2.76	2.70	2.67	2.65
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.29	2.25	2.19	2.15	2.11	2.07	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92
	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44	3.37	3.27	3.19	3.07	3.00	2.91	2.83	2.78	2.71	2.68	2.62	2.59	2.57
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34	2.31	2.26	2.21	2.15	2.11	2.07	2.02	2.00	1.96	1.94	1.91	1.90	1.88
	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.19	3.12	3.00	2.92	2.84	2.76	2.70	2.63	2.60	2.54	2.51	2.49
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31	2.28	2.23	2.18	2.12	2.08	2.04	1.99	1.96	1.92	1.90	1.87	1.85	1.84
	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30	3.23	3.13	3.05	2.9	2.86	2.77	2.69	2.63	2.56	2.53	2.47	2.44	2.42
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.20	2.15	2.09	2.05	2.00	1.96	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.81
	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.65	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.07	2.99	2.88	2.80	2.72	2.63	2.58	2.51	2.47	2.42	2.38	2.36
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.47	2.40	2.35	2.30	2.26	2.23	2.18	2.13	2.07	2.03	1.98	1.93	1.91	1.87	1.84	1.81	1.80	1.78
	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.02	2.94	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.46	2.42	2.37	2.33	2.31
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.45	2.38	2.32	2.28	2.24	2.20	2.14	2.10	2.04	2.00	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.76
	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	2.97	2.89	2.78	2.70	2.62	2.53	2.48	2.41	2.37	2.32	2.28	2.26
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.43	2.36	2.30	2.26	2.22	2.18	2.13	2.09	2.02	1.98	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.76	1.74	1.73
	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.25	3.17	3.09	3.03	2.93	2.85	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.36	2.33	2.27	2.23	2.21
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.11	2.06	2.00	1.96	1.92	1.87	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72	1.71
	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.21	3.13	3.05	2.99	2.89	2.81	2.70	2.62	2.54	2.45	2.40	2.32	2.29	2.23	2.19	2.17
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.10	2.05	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.72	1.70	1.69
	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.17	3.09	3.02	2.96	2.86	2.77	2.66	2.58	2.50	2.41	2.36	2.28	2.25	2.19	2.15	2.13
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16	2.13	2.08	2.03	1.97	1.93	1.88	1.84	1.80	1.76	1.74	1.71	1.68	1.67
	7.68	5.49	4.60	4.11	3.79	3.56	3.39	3.26	3.14	3.06	2.98	2.93	2.83	2.74	2.63	2.55	2.47	2.38	2.33	2.25	2.21	2.16	2.12	2.10
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.06	2.02	1.96	1.91	1.87	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65
	7.64	5.45	4.57	4.07	3.76	3.53	3.36	3.23	3.11	3.03	2.95	2.90	2.80	2.71	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.22	2.18	2.13	2.09	2.06
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.05	2.00	1.94	1.90	1.85	1.80	1.77	1.73	1.71	1.68	1.65	1.64
	7.60	5.42	4.54	4.04	3.07	3.50	3.33	3.20	3.08	3.00	2.92	2.87	2.77	2.68	2.57	2.49	2.41	2.32	2.27	2.19	2.15	2.10	2.06	2.03
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.04	1.99	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62
	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90	2.84	2.74	2.66	2.55	2.47	2.38	2.29	2.24	2.16	2.13	2.07	2.03	2.01